EG 11 - Sections

I/ Section d'un parallélépipède rectangle par un plan

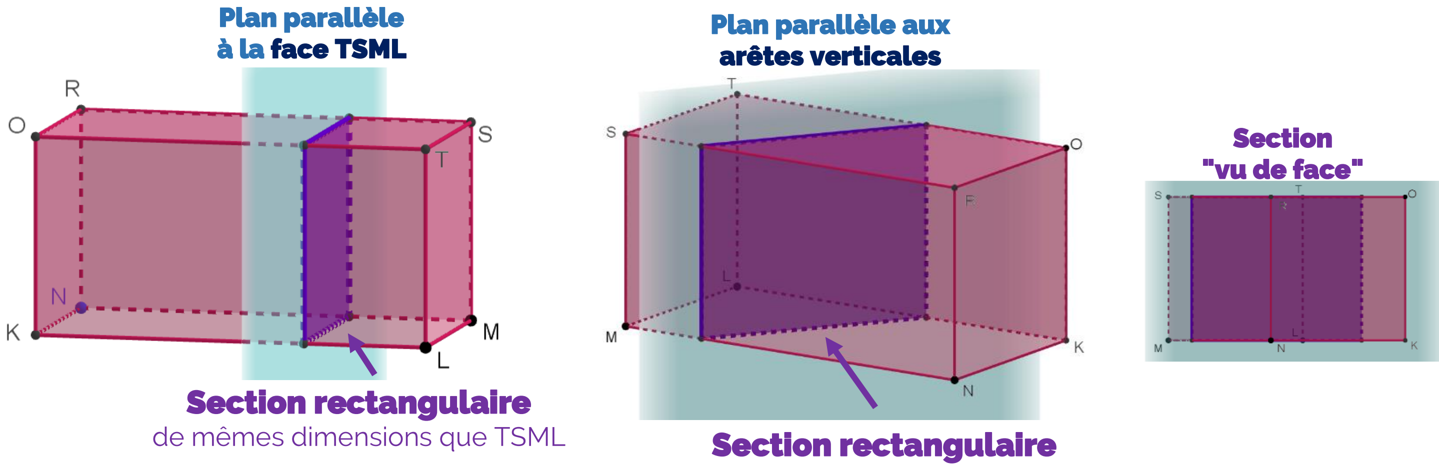
Définition

La section d'un solide par un plan est l'intersection de ce solide et de ce plan.

Propriétés

1) La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un **rectangle** de mêmes dimensions que cette face.

2) La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un **rectangle**.

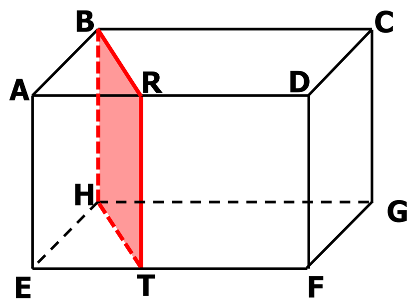


Exercice résolu

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle (ou pavé droit) tel que : AB = 3cm ; AE =4cm et AD = 8cm.

On coupe ce pavé par un plan passant par B et R et parallèle à l'arête [BH]. On donne AR = 2cm.

1) Quelle est la nature de la section obtenue ?
2) Construire cette section en vraie grandeur (Sans calcul).

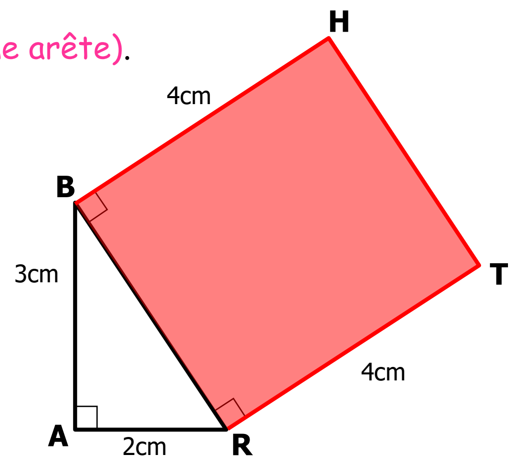


Solution : 1) BRTH est un rectangle (plan parallèle à une arête).

2) Je connais BH (4cm). Il me manque BR.
(Pas de calculs, donc pas de th. de Pythagore.)

Méthode : Construire le triangle ABR rectangle en A. Ainsi, on obtient le segment [BR].

Sans le mesurer, on construit le long de ce segment le rectangle BRTH.



EG 11 - Sections

II/ Section d'un cylindre de révolution par un plan

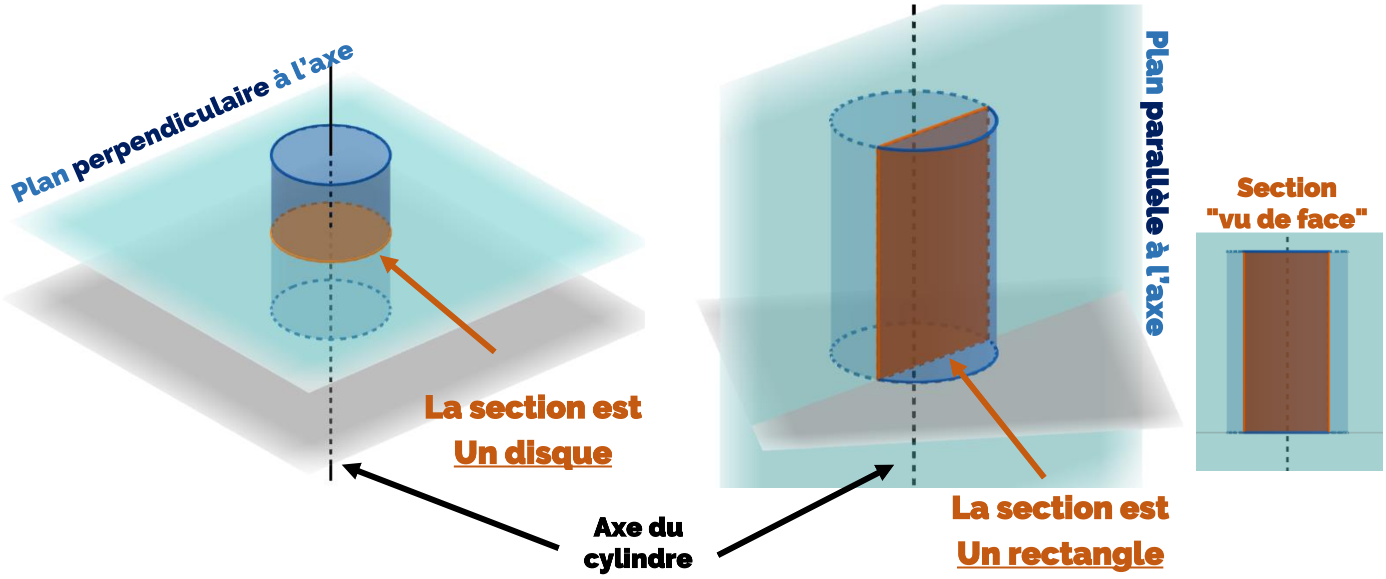
Propriétés

1) La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à son axe est un **cercle***.

2) La section d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un **rectangle****.

* : un **cercle** si le cylindre est « vide » ; un **disque** s'il est plein.

** : une des dimensions de ce rectangle est la hauteur du cylindre.



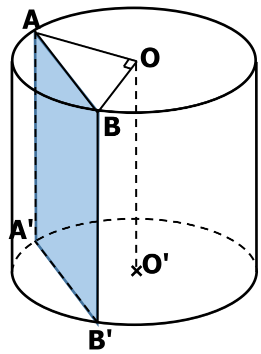
Exercice résolu

On réalise la section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe (OO') et passant par les points A et B.
Le triangle OAB est rectangle en O ; OO' = 6 cm ; OA = 3 cm.

a) Quelle est la nature de la section ABB'A' ?

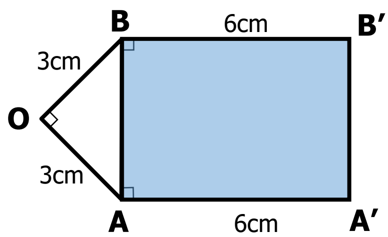
b) Construire OAB en vraie grandeur puis la section bleue.

c) Calculer l'aire de ABB'A' arrondie au dixième.



Solution : **a)** ABB'A' est un rectangle (plan **parallèle** à l'axe)

b) Construire OAB isocèle rectangle ; OA=OB=3cm. J'utilise le segment [AB] pour tracer un rectangle de longueur 7cm.

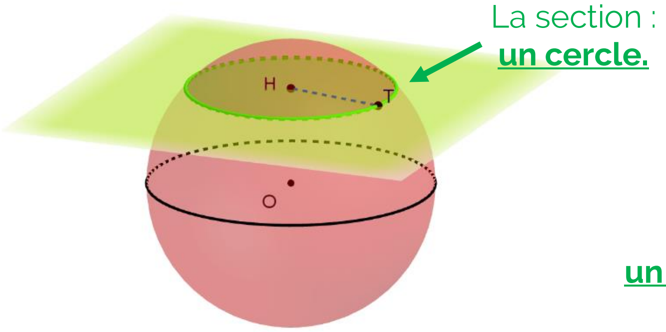


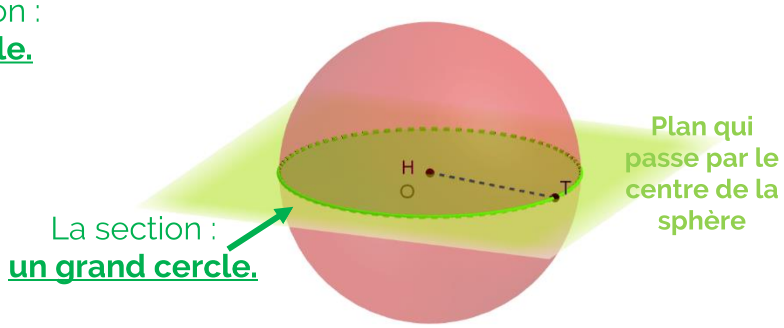
c) J'applique le théorème de Pythagore :
$AB^2 = AO^2 + OB^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$; donc $AB = \sqrt{18} \approx 4{,}24$cm.
L'aire de la section est donc $AB \times BB' = 4{,}24 \times 6 = 25{,}44\text{cm}^2$.

III/ Section d'une sphère par un plan

Propriété

La section d'une sphère de centre O (d'une boule) par un plan est un cercle (un disque).





Exercice résolu

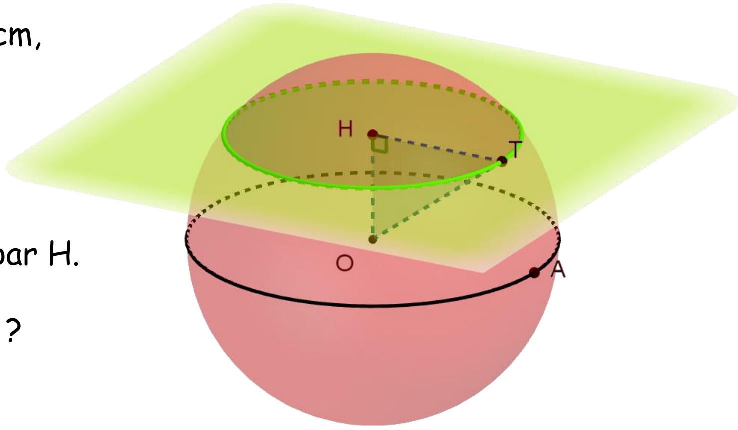
$\mathcal{S}$ est une sphère de centre O et de rayon 5cm,

H est un point tel que OH = 3cm.

On représente la section de la sphère $\mathcal{S}$

par un plan perpendiculaire à (OH) passant par H.

- **a)** Quelle est la nature de cette section ?
- **b)** Calculer la longueur HT.
- **c)** Calculer l'aire de cette section.



Solution :

a) Cette section est un cercle (section d'une sphère par un plan)

b) Dans le triangle OHT rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :
$HT^2 = OT^2 - OH^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$
$HT = \sqrt{16} = 4$cm.

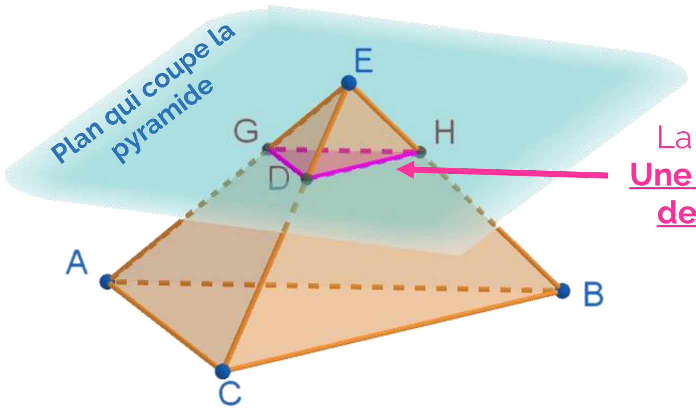
c) L'aire de cette section est : Aire = $\pi R^2 = \pi \times 4^2 = 16\pi$ cm$^2 \approx 50$ cm^2.

EG 11 - Sections

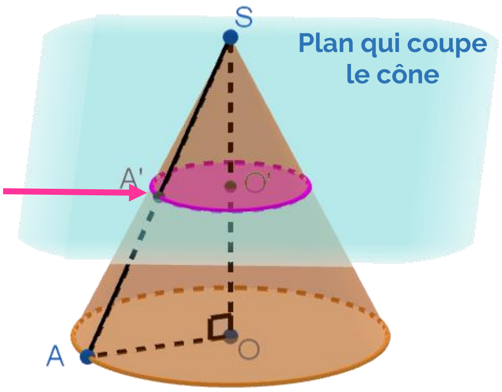
IV/ Section d'une pyramide et cône de révolution

Propriété

La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une **réduction de la base.**



La section :
Une réduction de la base.

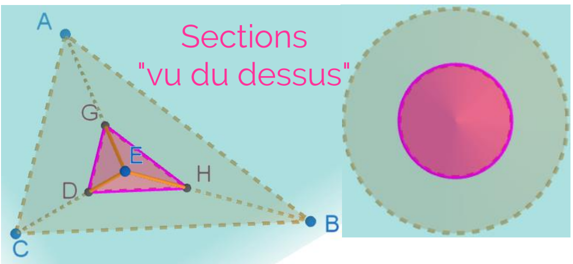


La pyramide EGDH est une réduction de la pyramide EABC.

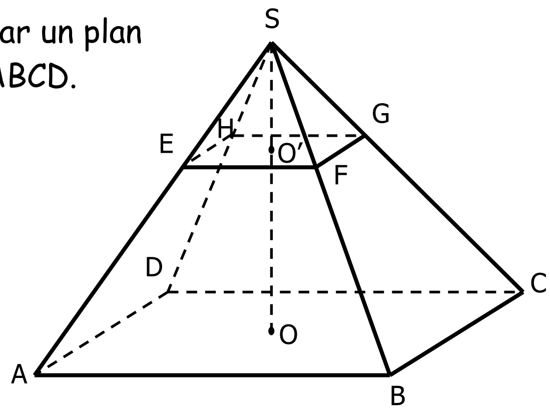
Le rapport de réduction est $\frac{EG}{EA} = \frac{ED}{EC} = \frac{EH}{EB}$

Le cône de base le cercle de centre O' est une réduction du cône de départ.

Le rapport de réduction est $\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'O'}{AO}$.



Exercice résolu :



Une pyramide régulière de base carrée est sectionnée par un plan parallèle à la base. SEFGH est donc une réduction de SABCD.

De plus AB = 30 cm ; SO = 18 cm ; SO' = 6 cm

1. Calculer le volume de la pyramide SABCD.

2. Quel est le rapport de réduction ?

En déduire le volume de la pyramide SEFGH.

Solution : $V = \frac{A_{Base} \times Hauteur}{3} = \frac{30^2 \times 18}{3} = 5400cm^3.$

1. Le rapport de réduction est $\frac{SO'}{SO} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$

Le volume de la petite pyramide est donc : $V' = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 5400 = 200cm^3.$